Lycée Classique d'Abidjan - GS Thanon Namanko - GS La Farandole - GS Safak - Collège Al Gadir - Collège Les Dauphins II Plateaux - Collège MISA - Collège le Serment - Collège d'Application Jean Piaget - GS Fred et Poppée - Collège Etienne

SIMILI BACCALAUREAT **Durée : 4 heures**

Session de février 2015 **Coefficient : 4**

MATHEMATIQUES

1

SERIE : D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
Le candidat recevra 2 feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice non graphique est autorisée.

EXERCICE 1

Une université propose aux étudiants trois orientations et trois seulement : une filière A, une filière B et une filière C.
Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois des trois filières et une seule.

- Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B.
- Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C.

On sait de plus que :

- ~~20% des étudiants de la filière A sont des filles ;~~
- 30% des étudiants de la filière B sont des filles ;
- 40% des étudiants de la filière C sont des filles ;

On choisit au hasard un étudiant de cette université.
On note A l'événement : "l'étudiant est inscrit dans la filière A";
On note B l'événement : "l'étudiant est inscrit dans la filière B";
On note C l'événement : "l'étudiant est inscrit dans la filière C";
On note F l'événement : "l'étudiant est une fille";
On note G l'événement : "l'étudiant est un garçon".

1°) Calculer les probabilités des événements A, B et C.
2°) Construire un arbre de choix pondéré qui présente la situation.
3°) Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille
4°) Justifier que $P(F) = \frac{1}{4}$.
5°) Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A sachant que c'est une fille.
6°) L'étudiant, choisit au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A.
Calculer la probabilité que ce soit une fille.
7°) On choisit au hasard et successivement 5 étudiants.
On désigne par X la variable aléatoire associée au nombre de filles parmi les cinq étudiants.
a. Donner les différentes valeurs prises par la variable aléatoire X.
b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
c. Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.

EXERCICE 2

On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^3 - (-2i + 2\sqrt{3})z^2 + (-4i\sqrt{3} + 4)z + 8i = 0$.

1°) Démontrer que (E) admet une unique solution imaginaire pure z0.

2°) Déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z,

$$z^3 - (-2i + 2\sqrt{3})z^2 + (-4i\sqrt{3} + 4)z + 8i = (z + 2i)(z^2 + az + b)$$

3°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

b) En déduire les solutions de (E).

4°) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O,I,J). Unité graphique 3cm.

On donne les points M, N et Q d'affixes respectives : $\sqrt{3} + i$, $-2i$ et $\sqrt{3} - i$.

a) Placer les points M, N et Q.

b) On note T le symétrique du point M par rapport à la droite (OJ).
Démontrer que le triangle TMQ est rectangle en M.

c) Démontrer que les points M, Q, N et T sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

PROBLEME

PARTIE A

On donne la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = 2 - (2 - x)\ln(2 - x)$.

1°) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

3°) Démontrer que l'équation : g(x) = 0, admet une unique solution α comprise entre -0,4 et -0,3.

4°) Justifier que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;\alpha[, \ g(x)<0 \\ \forall x \in]\alpha\ ;\ 2[, \ g(x)>0 \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x[1 - \ln(2 - x)]$.

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J) (Unité graphique : 2cm).

1°) Justifier que $f(\alpha) = -\dfrac{\alpha^2}{2-\alpha}$.

2°) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition, puis interpréter graphiquement si possible ces limites.

3°) Démontrer que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ).

4) a) Vérifier que pour tout x élément de $]-\infty\ ;\ 2[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2-x}$.

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

5°) Justifier que la droite (T) : y = 2x-1, est tangente à (C) au point K(1 ; 1).
[La courbe (C) est au-dessus de la droite (T)]

6°) Tracer la droite (T) et la droite (D) : x = 2 puis construire la courbe (C) avec soin.

PARTIE C

Soit h la fonction de $[0\ ;\ 2[$ vers $[0\ ;\ +\infty[$ définie par : h(x) = f(x).

1°) Démontrer que la fonction h est une bijection.

2°) Donner le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h.

3°) On note (C') la courbe représentative de h^{-1} et (T') la droite tangente à (C') au point d'abscisse 1.
Tracer la droite (T') et construire la courbe (C'), sur la même figure que (C).

4°) Calculer $(h^{-1})'(1)$. En déduire une équation de la droite (T').